



*Hinweis: Versuche die Aufgaben so gut wie möglich, schon vor dem Livestream zu lösen.
So wirst du dann, die dort vorgestellten Lösungen und Strategien noch besser verstehen können.*

Aufgabenblatt #10.3 – Gleichungen und Ungleichungen (Algebra)

1. Zum Aufwärmen! Kreise die richtige Lösung ein.

(1) Es sei $a \neq 0$ eine fest vorgegebene Zahl.

Welche der folgenden Aussagen ist für $A_t = (a - t)(a + t)$ richtig,
wobei t eine beliebige Zahl sein kann?

- (A) A_t kann beliebig groß,
aber nicht beliebig klein sein. (B) A_t kann beliebig klein,
aber nicht beliebig groß sein.
(C) A_t ist stets negativ. (D) A_t kann jeden Wert annehmen.
(E) A_t kann weder beliebig groß
noch beliebig klein werden.

(2) Der Mittelwert aus zehn voneinander verschiedenen positiven ganzen Zahlen ist 10.

Wie groß ist die größte dieser Zahlen maximal?

- (A) 10 (B) 45 (C) 50 (D) 55 (E) 91

(3) Ein Wanderer ist insgesamt 2 Stunden unterwegs. Zuerst wandert er auf einem ebenen Wegabschnitt, dann muss er hochsteigen. Nach der Umkehr geht es andersherum, erst abwärtssteigen, dann folgt der ebene Weg. Stolz teilt er mit, dass er auf dem ebenen Abschnitt mit 4 km/h unterwegs war und dass er mit immerhin 3 km/h aufwärts und mit 6 km/h abwärts gewandert ist.

Aber wie lang war seine Tour?

- (A) nicht ermittelbar (B) 6 km (C) 7,5 km (D) 8 km (E) 13 km



2. Löse folgende Ungleichungen (im Bereich der gebrochenen Zahlen):
- a) $\frac{3}{x} > 4$ b) $\frac{x}{3} - 2 < \frac{1}{5}$ c) $2x - \frac{1}{2} < \frac{1}{4}$
d) $2x - 5 + \frac{1}{2}x + 2 - 7 > 3$ e) $\frac{1}{2}(6x - 2) < \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}x + 3$ f) $\frac{3}{2} \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} \right) < \frac{1}{3} \left(\frac{2x}{5} + 1 \right)$
3. (590734) Für eine ganze Zahl z sind zwei der folgenden Ungleichungen wahr und die anderen drei falsch:
- (1) $2 \cdot z > 130$,
(2) $z < 200$,
(3) $3 \cdot z > 50$
(4) $z > 205$,
(5) $z > 15$.
- a) Finde die beiden wahren Ungleichungen.
b) Bestimme die Zahl z .
4. (580736) Stammbrüche sind positive echte Brüche mit dem Zähler 1.
- a) Zeige, dass der Stammbruch $\frac{1}{5}$ sowohl die Summe als auch die Differenz je zweier verschiedener Stammbrüche ist.
b) Ermittle alle positiven ganzen Zahlen n derart, dass für die Differenz der beiden benachbarten Stammbrüche $\frac{1}{n}$ und $\frac{1}{n+1}$ die Ungleichung $\frac{1}{100} < \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} < \frac{1}{20}$ gilt.
c) Zeige, dass jeder Stammbruch $\frac{1}{n}$ die Summe zweier verschiedener Stammbrüche ist.
5. Finde die Lösung für $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{n}{(n+1)!}$

Quellen

- Aufgabe 1:
Känguru Wettbewerb
<http://www.mathe-kaenguru.de>
- Aufgaben 2 und 3:
Bezirkskomitee Chemnitz, Aufgabensammlung für Arbeitsgemeinschaften
<https://www.bezirkskomitee.de>
- Aufgaben 4 und 5:
Mathematik-Olympiade
<https://www.mathematik-olympiaden.de>